

Câu 1:

$$1) A = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$$
$$= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-4\sqrt{3}+3}$$

$$= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + 2 - \sqrt{3}$$

$$= \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} + (2-\sqrt{3})$$

$$= \frac{2+\sqrt{3}}{1} + 2 - \sqrt{3} \quad (\text{do } 2 > \sqrt{3})$$

$$= 4$$

$$2) 3z^2 - z - 10 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 + 120 = 121$$

$$\Rightarrow z = \frac{1 - \sqrt{121}}{6} = \frac{-5}{3}$$

$$z = \frac{1 + \sqrt{121}}{6} = 2$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $z = 2$ ;  $z = \frac{-5}{3}$

$$b) 9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$$

$$\text{Đặt } x^2 = t \quad (t \geq 0)$$

Phương trình trở thành

$$9t^2 - 16t - 25 = 0$$

$$\text{Có } a - b + c = 9 + 16 - 25 = 0$$

$\Rightarrow$  pt có 2 nghiệm phân biệt  $t = -1$  (loại) hoặc  $t = \frac{25}{9}$  (thỏa mãn)

Với  $t = \frac{25}{9}$  ta có  $x^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow x = \frac{5}{3}$  hoặc  $x = -\frac{5}{3}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x = \frac{5}{3}$ ;  $x = -\frac{5}{3}$

$$c) \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 9x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ pt có nghiệm duy nhất  $(2; -1)$

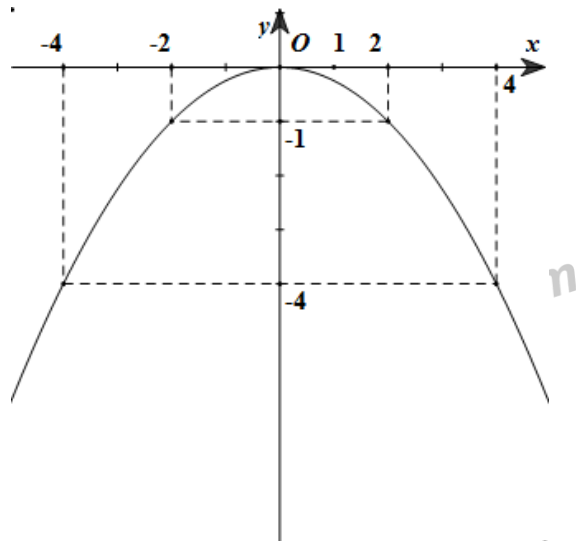
**Câu 2:**

$$(P) y = -\frac{1}{4}x^2$$

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
y	-4	-1	0	-1	-4

Vẽ



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng d là

$$\frac{-1}{4}x^2 = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\Delta' = (-4)^2 - 3 \cdot 4 = 4 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} \\ x = \frac{4+2}{3} = 2 \end{cases}$$

Với  $x = \frac{2}{3}$  ta có  $y = \frac{-1}{9} \Rightarrow A\left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9}\right)$

Với  $x = 2$  ta có  $y = -1 \Rightarrow B(2; -1)$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là  $A\left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9}\right)$  và  $B(2; -1)$

**Câu 3.** Gọi số tiền mua 1 cái bàn ủi với giá niêm yết là  $x$  (ngàn đồng) ( $0 < x < 850$ )

Số tiền mua 1 cái quạt điện với giá niêm yết là  $y$  (ngàn đồng) ( $0 < y < 850$ )

Tổng số tiền mua bàn ủi và quạt điện là 850 ngàn đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 850 \quad (1)$$

Số tiền thực tế để mua 1 cái bàn ủi là:  $\frac{90}{100}x = \frac{9}{10}x$

Số tiền thực tế để mua 1 cái quạt điện là:  $\frac{80}{100}y = \frac{8}{10}y$

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 850 - 125$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 725 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 850 \\ \frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 725 \end{cases}$$

Giải hệ ta tìm được  $x = 450$ ;  $y = 400$

Số tiền thực tế mua 1 cái bàn ủi là:  $\frac{9}{10} \cdot 450 = 405$  (ngàn đồng)

Số tiền thực tế mua 1 cái quạt điện là:  $\frac{8}{10} \cdot 400 = 320$  (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái bàn ủi là:  $450 - 405 = 45$  (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái quạt điện là:  $400 - 320 = 80$  (ngàn đồng)

ĐS. 45 và 80 (ngàn đồng)

#### Câu 4

$$x^2 - (m+3)x - 2m^2 + 3m + 2 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = (m+3)^2 - 4(-2m^2 + 3m + 2) > 0$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 6m + 9) + (8m^2 - 12m - 8) > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 6m + 1 > 0 \Leftrightarrow (3m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$$

Với điều kiện đó, ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+3 \\ x_1 x_2 = -2m^2 + 3m + 2 \end{cases}$  (Viết)

Để hai nghiệm  $x_1, x_2$  là độ dài của hai cạnh liên tiếp của hình chữ nhật có đường chéo bằng  $\sqrt{10}$ , điều kiện cần là

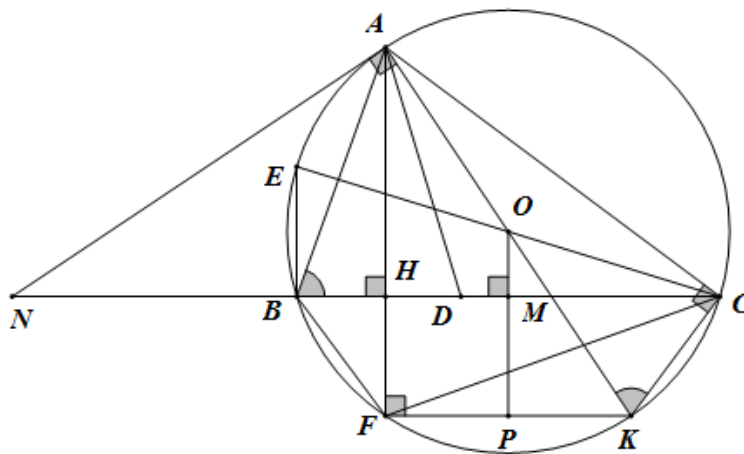
$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10 \Leftrightarrow (m+3)^2 - 2(-2m^2 + 3m + 2) = 10 \Leftrightarrow 5m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Với  $m = 1$  có  $x_1 = 3, x_2 = 1$  (thỏa mãn)

Với  $m = -1$  có  $x_1 = 3, x_2 = -1$  (loại vì  $x_2 < 0$  không phải là độ dài của một đoạn thẳng)

Vậy  $m = 1$

#### Câu 5



1) Vì AN là tiếp tuyến của (O) nên  $\angle OAN = 90^\circ$ .

Vì M là trung điểm dây BC của (O) nên  $OM \perp BC \Rightarrow \angle OMN = 90^\circ \Rightarrow \angle OAN + \angle OMN = 180^\circ$

Suy ra ANMO là tứ giác nội tiếp

2) Vì AK là đường kính của (O), C ∈ (O) nên  $ACK = 90^\circ$

$$\Rightarrow ACK = OHB = 90^\circ$$

Mặt khác vì ABKC là tứ giác nội tiếp nên

$$AKC = ABH \Rightarrow \Delta AKC \sim \Delta ABH (g.g) \Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AC}{AH} \Rightarrow AK.AH = AB.AC$$

3) Ta có  $NAB = ACB \Rightarrow NAD = NAB + BAD = ACB + BAD$

Theo công thức góc ngoài ta có  $NDA = DAC + ACB$

Vì AD là phân giác của góc A nên  $BAD = DAC \Rightarrow NAD = NDA$

Suy ra  $\Delta AND$  cân tại N

4) Có  $AF \perp FK$  mà  $AF \perp BC \Rightarrow BC \parallel FK \Rightarrow BCKF$  là hình thang

Gọi P là trung điểm FK  $\Rightarrow OP \perp FK \Rightarrow OP \perp BC \Rightarrow O, M, P$  thẳng hàng

Gọi E là điểm đối xứng với C qua O  $\Rightarrow \Delta EBC$  vuông tại B và

$$BEC = BAC = 60^\circ \Rightarrow EB = EC \cdot \cos 60^\circ = 2R \cdot \frac{1}{2} = R; BC = EC \cdot \sin 60^\circ = R\sqrt{3} \Rightarrow OM = \frac{EB}{2} = \frac{R}{2}$$

Có  $\Delta AFK$  vuông tại F và

$$FAK = 30^\circ \Rightarrow FK = AK \cdot \sin 30^\circ = R; AF = AK \cdot \cos 30^\circ = R\sqrt{3} \Rightarrow OP = \frac{AF}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow MP = OP - OM = \frac{R(\sqrt{3}-1)}{2}$$

Diện tích hình thang BCKF là

$$S_{BCKF} = \frac{1}{2} MP \cdot (BC + KF) = \frac{1}{2} \cdot \frac{R(\sqrt{3}-1)}{2} \cdot (R\sqrt{3} + R) = R^2 \cdot \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}{4} = \frac{R^2}{2} \text{ (đvdt)}$$